

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ 2025/26 УЧЕБНОГО ГОДА
ПО МАТЕМАТИКЕ

Код/шифр участника

М	-	10	-	2			
---	---	----	---	---	--	--	--

Снытшин Алексей Вячеславович

(фамилия, имя, отчество)

10

(класс обучения)

10

(класс участия)

МАОУ «СОШ «Лидер-2» ИТО

(полное наименование образовательной организации)

Олеся Николаевна

(фамилия, имя, отчество учителя)

№ 10.1

$$S = \frac{v}{t}$$

Пусть скорость велосипедиста, отправившегося из А это v_1 , велосипедиста из Б - v_2 . $(v_1 + v_2) \cdot 0,3 = 9 \text{ км} \Rightarrow v_1 + v_2 = 30 \text{ км/ч}$.

В случае, когда они движутся в одну сторону, $v_1 t = 5 + v_2 t \Rightarrow \Rightarrow v_2 + 3 = v_1$. Подставим $v_2 + 3$ вместо v_1 в первое уравнение:

$$2v_2 + 3 = 30 \Rightarrow v_2 = 13,5 \text{ км/ч} \Rightarrow v_1 = v_2 + 3 = 16,5 \text{ км/ч}$$

Ответ: $v_1 = 16,5 \text{ км/ч}$; $v_2 = 13,5 \text{ км/ч}$.

№ 10.2

Дано: $\begin{cases} a_3^2 + a_4^2 + a_3 + a_4 = 2a_3 a_4 + 2a_6 + 6 \\ a_5 + a_7 = 3a_6 \end{cases}$

По условию:

П.к. кроме данной прогрессия арифметическая, то $a_n = a_1 + d(n-1)$; \neq
 $a_n = a_{n-1} + d \Rightarrow a_4 = a_5 + 2d$; $a_6 = a_5 + d \Rightarrow a_5 + (a_5 + 2d) = 3a_5 + 3d$.

Получим, что $2a_5 + 2d = 3a_5 + 3d \Rightarrow 2(a_5 + d) - 3(a_5 + d) = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \neq (2-3)(a_5 + d) = 0$; $2-3 = -1 \Rightarrow a_5 + d = 0 \Rightarrow a_5 = -d$.

Из первого условия следует, что $a_3^2 - 2a_3 a_4 + a_4^2 = 2a_6 + 6 + \frac{-a_3 - a_4}{a_3 + a_4}$.

$a_5 + a_7 = 3a_6 \Rightarrow a_5 + a_7 - a_6 = 2a_6$. Подставим $2a_6 = a_5 + a_7 - a_6$ в

ур. Отсюда следует, что $(a_3 - a_4)^2 = a_4 - a_6 + a_5 - a_4 + 6 - a_3$; $a_3 = a_5 - 2d$

$a_3 - a_4 = -d$; $a_4 - a_6 = d$; $a_5 - a_4 = d \Rightarrow (-d)^2 = 2d + 2d - a_5 + 6 \Rightarrow$

$$\Rightarrow d^2 = 5d + 6 \Rightarrow d^2 - 5d - 6 = 0; D = (-5)^2 - (-6) \cdot 4 = 49 \Rightarrow d_1 = \frac{5+7}{2} = 6;$$

$d_2 = \frac{5-7}{2} = -1$ — не подходит потому, что прогрессия возрастает.

Таким образом, $d = 6$; $a_5 = a_1 + 4d = -6 \Rightarrow a_1 = -30$

Ответ: $a_1 = -30$; $d = 6$

№ 10.4

На доске 4×4 поставить шахки так, чтобы ни в одной строке и ни в колонке не было больше 1 шахки, можно только если шахек не больше 4. Если их 6, то будут несколько шахий, в которых больше одной шахки.

Ответ: $d = 6$; $a_1 = -30$

$d = 6$; $a_5 = -6$; $a_1 + 4d = -6 \Rightarrow a_1 = -30$

поставить шахки (по условию), а значит $d > 0$. Шахки ставят,

$\Rightarrow d_1 = \frac{5+7}{2} = 6$; $d_2 = \frac{5-7}{2} = -1$ — не подходит, прогрессия воз-

$\Rightarrow d^2 = 5d + 6 \Rightarrow d^2 - 5d - 6 = 0$; $D = (-5)^2 - (-6) \cdot 4 = 49$

~10.4

На доске 4×4 поставить шашки так, чтобы ни в одной строке или колонке не было больше 1 шашки можно только если шашек не больше 4. Если их 6, то ~~е~~ будут несколько линий, в которых больше одной шашки. Первым вычеркиваем Максим должен убрать ~~столбец/строку~~ ^{линию}, в которой больше всего шашек. Тогда останется доска размерами 3×4 , ~~и~~ x на которой лежат $2/3/4$ шашек, в зависимости от того, как сколько было вычеркнуто. Если остались 2 или 3 шашки, то Максим может их вычеркнуть, ведь у него еще 3 вычеркивания (не имеет значение, 2 строки и 1 столбец или 2 столбца и 1 строка, ведь в худшем случае шашки лежат по одной на любой линии). Если после первого вычеркивания остались 4 шашки, то минимум 2 из них лежат на 1 столбце/строке, т.к. ~~е~~ оставшаяся доска размерами 3×4 , а значит, Максим может вычеркнуть их, а оставшиеся 2 шашки вычеркнуть последними зачеркивания (аналогично тому, как он зачеркнул бы, когда оставалось $2/3$ шашки и 3 зачеркивания). Поэтому, что Максим в любом случае вычеркнет все шашки.

Ответ: Максим.

~10.5

Если 130 человек расселить в 45 комнат так, чтобы в каждой комнате была минимум одна пара знакомых, то нам нужно 45 пар знакомых. То есть, каждой 11-класснице знаком хотя бы с 75 друзьями подруги, а 10-классник - не более, чем с 14, а значит в худшем случае, все 80 11-классниц знакомы друг с другом и с $75 - 29 = 46$ 10-классниками. \Rightarrow минимум $30 \cdot 46 = 1380$ знакомств 10-ти и 11-классников. Максимум может быть $100 \cdot 14 = 1400$ знакомств 10-классников $\Rightarrow 1400 - 1380 = 20$ знакомств 10-классников со своими одноклассниками $\Rightarrow 10$ пар знакомых 10-классников. При этом, остальные 80 10-классников знакомы только с 11-классниками. $\Rightarrow 30$ пар для расселения. Получаем, что всего пар знакомых школьников $30 + 10 = 40$, а ~~значит~~ $40 < 45$, а значит в оставшихся комнатах будут только незнакомые друг другу 10-классники. ПТД

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ 2025/26 УЧЕБНОГО ГОДА
ПО МАТЕМАТИКЕ

Код/шифр участника

М	-	1	0	-	1		
---	---	---	---	---	---	--	--

Проценко Кира Александровна

(фамилия, имя, отчество)

10

(класс обучения)

10

(класс участия)

МАОУ СОШ №24

(полное наименование образовательной организации)

Хлопушина Татьяна Викторовна

(фамилия, имя, отчество учителя)

№ 2.

$$1) \begin{cases} a_3^2 + a_4^2 + a_3 + a_4 = 2a_3a_4 + 2a_6 + 6 \\ a_5 + a_7 = 3a_6 \end{cases} \quad \begin{cases} (a_1+2d)^2 + (a_1+3d)^2 + a_1+2d + a_1+3d = 2(a_1+2d)(a_1+3d) + 2(a_1+5d) + 6 \\ a_1+4d + a_1+6d = 3a_1+15d \end{cases}$$

$$2) a_1+4d + a_1+6d = 3a_1+15d$$

$$a_1+5d=0 \quad a_1 = -5d$$

$$1) a_1^2 + 4d + 4d^2 + a_1^2 + 6d + 9d^2 + a_1+2d + a_1+3d = (2a_1+4d)(a_1+3d) + 2a_1 + 10d + 6$$

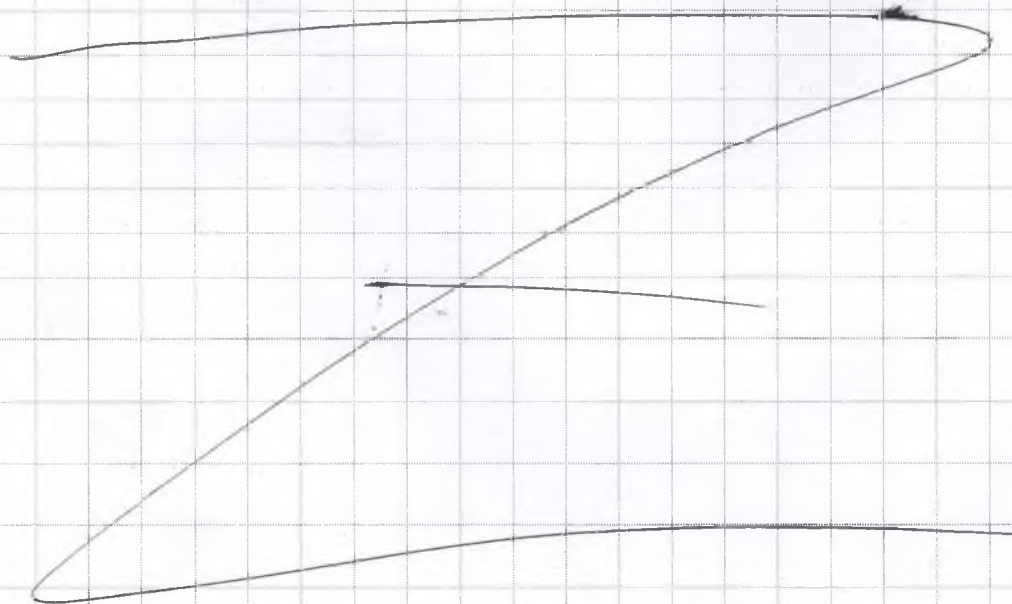
$$a_1^2 + 4d + 4d^2 + a_1^2 + 6d + 9d^2 + a_1+2d + a_1+3d - 2a_1^2 - 6ad - 4ad - 12d^2 - 2a_1 - 10d - 6 = 0$$

$$-d^2 + 5d - 10ad - 6 = 0$$

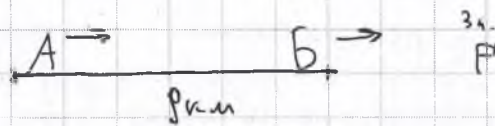
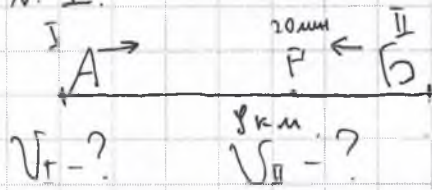
$$-d^2 + 5d - 10d(-5d) - 6 = 0$$

$$-d^2 + 5d + 50d^2 - 6 = 0$$

$$49d^2 + 5d - 6 = 0.$$



№ 1.



	V	t	S
I	?x	20 мм	?l = 9 км = 9000 м.
II	?y	20 мм	?l

	V	t	S
I	?x	3 = 180 мин	? на 9 км = 9000 м, a + 9000
II	?y	3 = 180 мин	? ← a.

$9 \text{ км} = 9000 \text{ м.}$

Пусть $V_I = x$; $V_{II} = y$ тогда: Пусть $V_I = x$; $V_{II} = y$; $S_{II} = a$, тогда $S_I = a + 9000$

$$\begin{cases} 180x = 9000 + a \\ 180y = a. \end{cases}$$

$20x + 20y = 9000$

1) $\begin{cases} 180x = 9000 + a \\ 180y = a \end{cases}$

2) $20x + 20y = 9000$

$20(x + y) = 9000 \quad | :20$

$x + y = 450$

$\begin{cases} 180x - 180y = 9000 + a \\ 180y = a \end{cases}$

$180x - 180y = 9000 -$

$180(y + x) = 9000 \quad | :180$

$(x - y) = 50$

3) $\begin{cases} x - y = 50 \\ x + y = 450 \end{cases}$

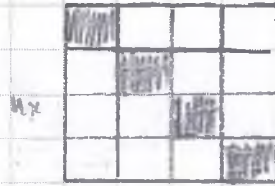
$x + y = 450$

$x = 250 \text{ м/мин.} = 15 \text{ км/ч.} = V_I$

$y = 200 \text{ м/мин.} = 12 \text{ км/ч.} = V_{II}$

Ответ: 15 км/ч; 12 км/ч.

4x



4.4.
 Если расставить из 6 фишек так
 чтобы в 1 столбце и в 1 ряду было бы по 1
 фишке, то при расставлении 2х оставшихся,
 эти 2 фишки будут попарно в ряду или
 столбце в котором уже есть 1 фишка,
 значит что при вычеркивании 1 ряда или столбца на котором
 уже есть фишка в 2х ^{из} из 4х вычеркиваний будет вычеркиваться
 и вторая фишка тоже, зато и то для того чтобы вычеркнуть и фишки
 потребуется максимум 4 вычеркивания, то ормозначит в каких то
 2х случаях будет хотя бы по 1 фишке, значит что в абсолютном
 вычеркивании максимум.

(расставление фишек приведенного случая означает что в
 1 столбце и в 1 ряду должно быть не более 2х фишек, т.к.
 если будет больше, то для вычеркивания может потребоваться
 даже меньше 3х вычеркиваний и это тоже выигрышный для
 максимума случай.)

Ответ: Максимум.

4.5.

Рассмотрим случай если 30 организмов знает только по 75 человек из которых
 29 млекопитающих и 1 млекопитающее, а 100 млекопитающих из которых 16 человек знает только
 по 1 человеку из 11 класса, а 54 человека знает по 1 друг друга парами, значит
 что если в 1 классе будет всего 2 человека, то есть шанс что это будут
 10 человек которые знают лишь 1 человека, значит есть шанс что они
 не знают соседа. и т.д.

~~4.6.~~